

# Magnetno jedro iz tanke plocevine

*Magnetostaticno polje. Metoda koncnih diferenc.*

Pisava, ki bo uporabljena na slikah:

```
Times14 = BaseStyle → {FontFamily → "Times", FontSize → 14};
```

---

## Vhodni podatki

Koordinatni sistem izberimo tako, da lezi jedro (plocevina) v  $XY$  ravnini in je os  $X$  horizontalna in usmerjena v desno ter os  $Y$  verikalna in usmerjena gor. Koordinatno izhodišče naj je v levem spodnjem vogalu jedra.

Tok in stevilo ovojev:

$$I_0 = 0.1;$$

$$N_0 = 100;$$

Sirini in visini notranjega in zunanjega roba jedra:

$$a_1 = 7 \cdot 10^{-2};$$

$$a_2 = 3 \cdot 10^{-2};$$

$$b_1 = 8 \cdot 10^{-2};$$

$$b_2 = 4 \cdot 10^{-2};$$

Debelina plocevine:

$$d = 0.5 \cdot 10^{-3};$$

Permeabilnost praznega prostora in permeabilnost plocevine:

$$\mu_0 = 4 \pi 10^{-7};$$

$$\mu_r = 1000;$$

$$\mu = \mu_r \mu_0;$$

---

## Mreza vozlov

Mrezo vozlov moramo izbrati tako, da sovpada z vsemi mejami jedra.

### Stevilo vozlov in korak mreze

Na zacetku, dokler razvijamo programsko kodo, se splaca namenoma izbrati premajhno stevilo vozlov (oz. gostoto mreze), da je lazje preverjati vmesne rezultate. Ko pa je koda ze izpiljena, preden zazenemo resen izracun polja je treba povecati stevilo vozlov.

Stevilo vozlov v horizontalni smeri:

$$n = ?$$

Stevilo vozlov v vertikalni smeri:

$m = ?$

Korak mreže (razdalja med vozli) v horizontalni smeri:

$$h_x = \frac{a_1}{n - 1}$$

Korak mreže (razdalja med vozli) v vertikalni smeri:

$h_y = ?$

Število vrstic mreže vozlov v spodnjem ali zgornjem (horizontalnem) delu jedra:

$$m_H = \text{Round} \left[ \frac{(b_1 - b_2) / 2}{h_y} + 1 \right]$$

Število stolpcev mreže vozlov v levem ali desnem (vertikalnem) delu jedra:

$n_V = ?$

Število vseh vozlov mreže:

$n_m = ?$

## Indeksiranje vozlov, določanje vrstice ter stolpca vozla v mreži in določanje pozicije vozla v mreži

Vozle indeksirajmo tako, da začnemo v spodnjem levem vogalu jedra, potem nadaljujemo proti desni, ko pridemo na desni rob jedra, se premaknemo na levo krajisce naslednje (zgornje) vrstice itn.

```
vrst = Table[Which[
  k ≤ n mH, Quotient[k - 1, n] + 1,
  k ≤ nm - n mH, mH + Quotient[k - n mH - 1, 2 nV] + 1,
  True, ?
], {k, nm}];

stol = Table[Which[
  k ≤ n mH, Mod[k - 1, n] + 1,
  k ≤ nm - n mH, If[Mod[k - n mH - 1, 2 nV] + 1 ≤ nV,
    Mod[k - n mH - 1, 2 nV] + 1, (n - 2 nV) + Mod[k - n mH - 1, 2 nV] + 1],
  True, ?
], {k, ?}];
```

Kje se nahajajo posamezni vozli? Na kaksni od stranic, v kaksnem vogalu ali v notranjosti mreže vozlov? Indeksiranje vogalov in stranic mreže vozlov: vogale in stranice začnimo šteti spodaj levo ter nadaljujmo v matematični pozitivni smeri (nasprotno od smeri vrtenja urinega kazalca) in sicer najprej vzdolž zunanega roba jedra in potem se vzdolž notranjega. Npr. drugo stranico označimo s "S2", peti vogal z "V5", notranjost mreže pa z "N".

```

pozic = Table[Which[
  k == 1, "V1", k == n, "V2", k == ?, "V3", k == ?, "V4",
  k == n mH - n + nV, "V5", k == ?, "V6", k == nm - n mH + (n - nV + 1), "V7", k == ?, "V8",
  (vrst[[k]] == 1) & (1 < stol[[k]] < n), "S1",
  (stol[[k]] == n) & (1 < vrst[[k]] < m), "S2",
  ?, "S3",
  ?, "S4",
  (vrst[[k]] == mH) & (nV < stol[[k]] ≤ n - nV), "S5",
  ?, "S6",
  (vrst[[k]] == m - mH + 1) & (nV < stol[[k]] ≤ n - nV), "S7",
  ?, "S8",
  True, ? ], {k, ?}];

```

## Dolocanje indeksov sosednih vozlov

Z 'A' oznacimo desnega sosedu, z 'B' levega, s 'C' zgornjega in z 'D' spodnjega. Če nek vozle nima kaksnega sosedu, potem temu manjkajočemu sosedu priredimo indeks 0.

Indeksi desnih sosedov (vozli na stranicah "S2" in "S8" ter vogalih "V2" in "V3" nimajo desnih sosedov):

```
kA = Table[If[MemberQ[{"V2", "S2", "V3", "S8"}, pozic[[k]]], 0, k + 1], {k, nm}];
```

Indeksi levih sosedov (vozli na stranicah "S4" in "S6" ter vogalih "V1" in "V4" nimajo levih sosedov):

```
kB = ?
```

Indeksi zgornjih sosedov (vozli na stranicah "S3" in "S5" ter vogalih "V3" in "V4" nimajo zgornjih sosedov):

```

kC = Table[If[MemberQ[{"V3",
  ?, ?, ?}, pozic[[k]]], ?, If[(mH < vrst[[k]] < m - mH) ∨ ((vrst[[k]] == mH) ∧ (stol[[k]] > n - nV)) ∨ ((vrst[[k]] == m - mH) ∧ (stol[[k]] ≤ nV)), k + 2 - nV, k + n]], {k, nm}];

```

Indeksi spodnjih sosedov (vozli na stranicah "S1" in "S7" ter vogalih "V1" in "V2" nimajo spodnjih sosedov):

```

kD = Table[If[
  ?, 0, If[(mH + 1 < vrst[[k]] ≤ m - mH) ∨ ((vrst[[k]] == m - mH + 1) ∧ (stol[[k]] ≤ nV)) ∨ ((vrst[[k]] == mH + 1) ∧ (stol[[k]] > n - nV)), ?, ?]], {?, ?}];

```

# Sistem enacb za skalarne magnetne potenciale vozlov

## Formiranje redke matrike koeficientov potencialov vozlov

Tabela nenicelnih koeficientov potencialov vozlov in njihovih pozicij (vrstic in stolpcev) v sistemu enacb. Posamezne vrstice te tabele ustrezajo posameznim enacbam v sistemu, elementi v vrstici pa so oblike: (vrstica, stolpec) → koeficient.

```

MatKoeff = Table[Which[
  pozic[[k]] == "V1",
    {{k, k} → (1 / 2) (hy / hx + hx / hy),
    {k, kA[[k]]} → -(hy / 2) / hx, {k, kC[[k]]} → -(hx / 2) / hy},
  pozic[[k]] == "V2",
    {{k, k} → (1 / 2) (hy / hx + hx / hy),
    {k, kB[[k]]} → -(hy / 2) / hx, {k, kC[[k]]} → -(hx / 2) / hy},
  pozic[[k]] == "V3",
    {{k, k} → (1 / 2) (hy / hx + hx / hy),
    {k, kB[[k]]} → -(hy / 2) / hx, {k, kD[[k]]} → -(hx / 2) / hy},
  pozic[[k]] == "V4",
    ?,
  pozic[[k]] == "V5",
    {{k, k} → (3 / 2) (hy / hx + hx / hy),
    {k, kA[[k]]} → -(hy / 2) / hx, {k, kB[[k]]} → -hy / hx,
    {k, kC[[k]]} → -(hx / 2) / hy, {k, kD[[k]]} → -hx / hy},
  pozic[[k]] == "V6",
    {{k, k} → (3 / 2) (hy / hx + hx / hy), {k, kA[[k]]} → -hy / hx, {k, kB[[k]]} →
    -(hy / 2) / hx, {k, kC[[k]]} → -(hx / 2) / hy, {k, kD[[k]]} → -hx / hy},
  pozic[[k]] == "V7",
    ?,
  pozic[[k]] == "V8",
    ?,
  (pozic[[k]] == "S1") ∨ (pozic[[k]] == "S7"),
    {{k, k} → hy / hx + hx / hy, {k, kA[[k]]} → -(hy / 2) / hx,
    {k, kB[[k]]} → -(hy / 2) / hx, {k, kC[[k]]} → -hx / hy},
  (pozic[[k]] == "S3") ∨ (pozic[[k]] == "S5"),
    ?,
  (pozic[[k]] == "S2") ∨ (pozic[[k]] == "S8"),
    {{k, k} → hy / hx + hx / hy, {k, kB[[k]]} → -hy / hx,
    {k, kC[[k]]} → -(hx / 2) / hy, {k, kD[[k]]} → -(hx / 2) / hy},
  (pozic[[k]] == "S4") ∨ (pozic[[k]] == "S6"),
    ?,
  True,
    {{k, k} → 2 (hy / hx + hx / hy), {k, kA[[k]]} → -hy / hx,
    {k, kB[[k]]} → -hy / hx, {k, kC[[k]]} → -hx / hy, {k, kD[[k]]} → -hx / hy}
],
{k,
nm}];

```

'Sploscimo' to tabelo, tako da vse elemente razvrstimo vzdolz ene same vrstice:

```
VekKoeff = Flatten[MatKoeff];
```

Tako dobljen vektor (enovrsticno matriko) oznacimo kot redko matriko koeficientov:

```
RedkaMat = SparseArray[VekKoeff]
```

- Vektor znanih vrednosti oz. desnih strani sistema enacb ("magnetrodi" vira magnetne napetosti, s katerim modeliramo tok navitja, naj sta npr. nekje na sredini levega (vertikalnega) dela jedra):

```
VekZn = Table[Which[
  (vrst[[k]] == Round[m / 2]) & (stol[[k]] ≤ nV),
  If[(pozic[[k]] == "S4") ∨ (pozic[[k]] == "S8"), N0 I0 (hx / 2) / hy, N0 I0 hx / hy],
  (vrst[[k]] == Round[m / 2] - 1) & (stol[[k]] ≤ nV),
  If[(pozic[[k]] == "S4") ∨ (pozic[[k]] == "S8"), -N0 I0 (hx / 2) / hy, ?],
  True, 0], {k, nm}];
```

- Skalarni magnetni potenciali vozlov (resitev sistema):

```
Vm = LinearSolve[RedkaMat, VekZn];
```

## Vektor gostote magnetnega pretoka v jedru

Vrednosti vektorja gostote magnetnega pretoka v vozlih mreže (x in y komponenta ter absolutna vrednost):

```
Bx = Table[Which[
  kA[[k]] == 0, μ (Vm[[kB[[k]]]] - Vm[[k]]) / hx,
  kB[[k]] == 0, μ (Vm[[k]] - Vm[[kA[[k]]]]) / hx,
  True, μ (Vm[[kB[[k]]]] - Vm[[kA[[k]]]]) / (2 hx)
], {k, nm}];
```

By = ?

```
absB = Table[√(Bx[[k]]2 + ?), {k, nm}];
```

- Določitev gostote pretoka npr. v blizini središča spodnjega (horizontalnega) dela jedra

Indeks vozla, ki se nahaja v/ob središču spodnjega (horizontalnega) dela jedra:

ks = ?

Absolutna vrednost vektorja gostote magnetnega pretoka v tem vozlu:

```
absBs = absB[[?]]
```

Pravilen rezultat je približno  $68 \cdot 10^{-3}$ .

- Določitev aproksimacije za poprečno gostoto pretoka v jedru

Srednja dolžina jedra:

ls = ?

Groba aproksimacija za poprečno gostoto magnetnega pretoka v jedru:

```
absB0 = ?
```

Pravilen rezultat je približno  $57,12 \cdot 10^{-3}$ .

Za koliko procentov ta aproksimacija odstopa od prej izračunane gostote pretoka v/ob središču spodnjega (horizontalnega) dela jedra?

δrB = ?

Pravilen rezultat je približno  $-16\%$ .

## Izračun magnetnega pretoka v jedru, magnetne upornosti

## jedra ter induktivnosti navitja

Izračunajmo pretok npr. skozi srednji stolpec (v mreži vozlov) na spodnjem (horizontalnem) delu jedra. Zaporedna številka tega stolpca:

```
is = Round [n / 2];
```

Magnetni pretok v jedru:

$\phi = ?$

Pravilen rezultat je približno  $0,68 \cdot 10^{-6}$ .

Magnetna upornost jedra:

$R_m = ?$

Pravilen rezultat je približno  $15 \cdot 10^6$ .

Induktivnost navitja:

$L = ?$

Pravilen rezultat je približno  $0,68 \cdot 10^{-3}$ .

Groba aproksimacija pretoka v jedru:

$\phi_0 = \text{abs}B_0 * ?$

Pravilen rezultat je približno  $0,5712 \cdot 10^{-6}$ .

Groba aproksimacija induktivnosti navitja:

$L_0 = ?$

Pravilen rezultat je približno  $0,5712 \cdot 10^{-3}$ .

Za koliko procentov se ta aproksimacija razlikuje od prej izračunane induktivnosti  $L$ ?

$\delta r_L = ?$

Pravilen rezultat je približno  $-16 \%$ .

## Risanje polja

### Ekvipotencialke skalarne magnetnega potenciala

Matrika koordinat (v mm) ter potencialov vozlov:

```
MatXYVm = Table [i = vrst [[k]]; j = stol [[k]];
  {10^3 (j - 1) hx, 10^3 (i - 1) hy, Vm [[k]]}, {k, nm}];
```

Število kontur:

```
StevKontur = 201;
```

Ekvipotencialke:

```
ekvip = ListContourPlot [MatXYVm, Contours -> StevKontur, PlotRange ->
  10^3 {{-a1 / 10, a1 + a1 / 10}, {-a1 / 10, b1 + a1 / 10}}, AspectRatio -> Automatic]
```

Obod jedra (prvi del je zunanji rob, drugi pa notranji), ki ga bomo dorisali na sliko polja:

```
ObodJedraZun = Graphics [
  {AbsoluteThickness [2], Line [103 {{0, 0}, {a1, 0}, {a1, b1}, {0, b1}, {0, 0}}]};
ObodJedraNot =
  ?
```

Slika ekvipotencialk z dorisanim obodom jedra in oznakami za x ter y os:

```
Show[{ekvip, ObodJedraZun, ObodJedraNot}, Frame → True,
  Times14, FrameLabel → {"x / mm", "y / mm", "", ""}, ImageSize → 370]
```

Zakaj so ekvipotencialke narisane tudi v luknji, torej izven magnetnega jedra? Prekrijemo ta "zmazek" na območju okna v jedru:

```
belina = Graphics [{White,
  Rectangle [103 {(a1 - a2) / 2, (b1 - b2) / 2}, 103 {(a1 + a2) / 2, (b1 + b2) / 2}]}];
Show[{ekvip, belina, ObodJedraZun, ObodJedraNot}, ?]
```

Zakaj je nekje na sredini levega dela jedra območje, kjer ekvipotencialke niso narisane, tik pod njim pa so narisane tako na gosto, da je videti eno debelejšo crto?

## Gostotnice oz. pretocne cevke magnetnega pretoka

### Vgrajena funkcija za risanje smernic polja

Matrika koordinat (v mm) ter vektorjev gostote magnetnega pretoka:

```
MatXYB = Table [i = vrst [[k]]; j = stol [[k]];
  {{103 (j - 1) hx, 103 (i - 1) hy}, {Bx [[k]], By [[k]]}}, {k, nm}];
```

Smernice:

```
smernice = ListStreamPlot [MatXYB, PlotRange →
  103 {{-a1 / 10, a1 + a1 / 10}, {-a1 / 10, b1 + a1 / 10}}, AspectRatio → Automatic]
```

Urejena slika smernic magnetnega polja v jedru:

```
Show[?]
```

### Ekvipotencialke pomožnega potenciala

- Sistem enacb za pomožne potenciale vozlov; pomožni potencial uporabimo pri risanju gostotnic polja

Tudi pomožni potencial zadosti Laplaceovi enacbi, torej gre prav tako za neizvorno polje. Predstavljamo si lahko, da je notranji rob jedra 'magnetroda' (elektroda) na pomožnem potencialu (npr.)  $N_0 l_0$ , zunanji rob pa 'magnetroda' na potencialu 0.

- Formiranje redke matrike koeficientov pomožnih potencialov vozlov

Tabela nenicelnih koeficientov pomožnih potencialov vozlov in njihovih pozicij (vrstic in stolpcov) v sistemu enacb. Posamezne vrstice te tabele ustrezajo posameznim enacbam v sistemu, elementi v vrstici pa so oblike: (vrstica, stolpec) → koeficient.

```
MatKoefG =
  Table [If [MemberQ [{"V1", "S1", "V2", "S2", "V3", "S3", "V4", "S4", "V5", "S5",
    "V6", "S6", "V7", "S7", "V8", "S8"}], pozic [[k]]], {k, k} → 1,
  ?
  ], {k, nm}];
```

'Sploscimo' to tabelo, tako da vse elemente razvrstimo vzdolz ene same vrstice:

```
VekKoeffG = ?
```

Tako dobljen vektor (enovrsticno matriko) oznacimo kot redko matriko koeficientov:

```
RedkaMatG = ?
```

- Vektor znanih vrednosti (desnih strani sistema enacb):

```
VekZnG = Table[If[MemberQ[
  {"V5", "S5", "V6", "S6", "V7", "S7", "V8", "S8"}, pozic[[k]]], ?, 0], {k, nm}];
```

- Pomozni potenciali vozlov (resitev sistema):

```
VG = ?
```

- Risanje gostotnic magnetnega pretoka oz. ekvipotencialk pomocnega potenciala

Matrika koordinat (v mm) ter pomocnih potencialov vozlov:

```
MatXYVG = ?
```

Stevilo gostotnic:

```
StevGostot = 21;
```

Ekvipotencialke pomocnega potenciala:

```
ekvipG = ListContourPlot[MatXYVG, ContourShading → False,
  Contours → StevGostot, ContourStyle → AbsoluteThickness[0.2], PlotRange →
  103 {{-a1 / 10, a1 + a1 / 10}, {-a1 / 10, b1 + a1 / 10}}, AspectRatio → Automatic]
```

Urejena slika gostotnic magnetnega pretoka oz. ekvipotencialk pomocnega potenciala:

```
Show[? ]
```

Prikaz ekvipotencialk skalarnega magnetnega potenciala in gostotnic magnetnega pretoka na isti sliki:

```
Show[{ekvip, ekvipG, belina, ObodJedraZun, ObodJedraNot}, Frame → True,
  Times14, FrameLabel → {"x / mm", "y / mm", "", ""}, ImageSize → 370]
```

S pomocjo te slike poskusajte utemeljiti, zakaj je groba aproksimacija poprecne gostote magnetnega pretoka v jedru (za priblizno 16 %) manjsa od bolj natančno izracunane vrednosti gostote na/ob sredisnici jedra.

## Shranjevanje resitve

Preverimo, v kateri direktorij (mapo) bo shranjena resitev (z ukazom `setDirectory` ga lahko spremenimo):

```
Directory[]
```

Shranimo celoten izracun:

```
DumpSave["IzberiImeDatoteke.mx", "Global`"];
```

Ko izracuni trajajo daljsi cas, nam pride zelo prav, da resitev shranimo in jo lahko pozneje preberemo in uporabimo, ne da bi ponovno zaganjali izracune. Preberemo jo takole:

```
<< IzberiImeDatoteke.mx
```