

Upornost vogala

Casovno nespremenljivo tokovno polje. Metoda koncnih diferenc.

Pisava, ki bo uporabljena na slikah:

```
Times14 = BaseStyle → {FontFamily → "Times", FontSize → 14};
```

■ Vhodni podatki

Koordinatni sistem izberimo tako, da lezi uporovna proga v XY ravnini in je os X horizontalna in usmerjena v desno ter os Y verikalna in usmerjena gor. Koordinatno izhodišce naj je v levem spodnjem vogalu uporovne proge.

Napetost na progi:

$$U = 0.1;$$

Spodnji levi kontakt proge naj je na potencialu U , zgornji desni pa ozemljen:

Sirini in visini obeh delov vogala:

$$\begin{aligned} a1 &= 0.001; \\ a2 &= 0.002; \\ b1 &= a2; \\ b2 &= a1; \end{aligned}$$

Debelina uporovne proge:

$$d = 10^{-6};$$

Specificna prevodnost uporovne proge (npr. bakrene):

$$\gamma = 56.5 * 10^6;$$

■ Mreza vozlov

Mrezo vozlov moramo izbrati tako, da sovpada z vsemi mejami uporovne proge.

■ Stevilo vozlov in korak mreze

Stevilo vozlov v horizontalni smeri:

$$n = 60;$$

Stevilo vozlov v vertikalni smeri:

$$m = 60;$$

Korak mreze (razdalja med vozli) v horizontalni smeri:

$$hx = \frac{a1 + a2}{n};$$

Korak mreze (razdalja med vozli) v vertikalni smeri:

$$hy = \frac{b1 + b2}{m};$$

Stevili vozlov v horizontalni in vertikalni smeri v spodnjem levem delu vogala:

$$n1 = \text{Round} \left[\frac{a1}{hx} + 1 \right];$$

$$m1 = \text{Round} \left[\frac{b1}{hy} - 1 \right];$$

Števili vozlov v horizontalni in vertikalni smeri v zgornjem desnem delu vogala:

$$n2 = \text{Round} \left[\frac{a2}{hx} - 1 \right];$$

$$m2 = \text{Round} \left[\frac{b2}{hy} + 1 \right];$$

Število vseh vozlov mreže:

$$nm = n1 m + n2 m2$$

2079

■ Indeksiranje vozlov, določanje vrstice ter stolca vozla v mreži in določanje pozicije vozla v mreži

Vozle indeksirajmo tako, da začnemo v spodnjem levem vogalu uporabne proge, potem nadaljujemo proti desni, ko pridemo do konca proge, se premaknemo na začetek naslednje (zgornje) vrstice itn.

```
vrst = Table[If[k ≤ n1 m1, Quotient[k - 1, n1] + 1, m1 + Quotient[k - n1 m1 - 1, n] + 1], {k, nm}];
stol = Table[If[k ≤ n1 m1, Mod[k - 1, n1] + 1, Mod[k - n1 m1 - 1, n] + 1], {k, nm}];
```

Kje se nahajajo posamezni vozli? Na kaksni od stranic, v kaksnem vogalu ali v notranjosti mreže vozlov? Indeksiranje vogalov in stranic mreže vozlov: vogale in stranice začnimo šteti spodaj levo ter nadaljujemo v matematični pozitivni smeri (nasprotno od smeri vrtenja urinega kazalca). Npr. drugo stranico označimo s "S2", peti vogal z "V5", notranjost mreže pa z "N".

```
pozic = Table[Which[k == 1, "V1", k == n1, "V2", k == n1 (m1 + 1), "V3",
  (vrst[[k]] == m1 + 1) ∧ (stol[[k]] == n), "V4", (vrst[[k]] == m) ∧ (stol[[k]] == n),
  "V5", (vrst[[k]] == m) ∧ (stol[[k]] == 1), "V6", vrst[[k]] == 1, "S1",
  (stol[[k]] == n1) ∧ (vrst[[k]] ≤ m1), "S2", (vrst[[k]] == m1 + 1) ∧ (stol[[k]] > n1), "S3",
  stol[[k]] == n, "S4", vrst[[k]] == m, "S5", stol[[k]] == 1, "S6", True, "N"], {k, nm}];
```

■ Določanje indeksov sosednjih vozlov

Z 'A' označimo desnega sosedu, z 'B' levega, s 'C' zgornjega in z 'D' spodnjega. Če nek vozle nima kaksnega sosedu, potem temu sosedu priredimo indeks 0.

Indeksi desnih sosedov (vozli na stranicah "S2" in "S4" ter vogalih "V2", "V4" in "V5" nimajo desnih sosedov):

```
kA = Table[If[MemberQ[{"V2", "S2", "V4", "S4", "V5"}, pozic[[k]]], 0, k + 1], {k, nm}];
```

Indeksi levih sosedov (vozli na stranici "S6" ter vogalih "V1" in "V6" nimajo levih sosedov):

```
kB = Table[If[MemberQ[{"V1", "V6", "S6"}, pozic[[k]]], 0, k - 1], {k, nm}];
```

Indeksi zgornjih sosedov (vozli na stranici "S5" ter vogalih "V5" in "V6" nimajo zgornjih sosedov):

```
kC = Table[If[MemberQ[{"V5", "S5", "V6"}, pozic[[k]]],
  0, If[vrst[[k]] ≤ m1, k + n1, k + n]], {k, nm}];
```

Indeksi spodnjih sosedov (vozli na stranicah "S1" in "S3" ter vogalih "V1", "V2" in "V4" nimajo spodnjih sosedov):

```
kD = Table[If[MemberQ[{"V1", "S1", "V2", "S3", "V4"}, pozic[[k]]],
  0, If[vrst[[k]] ≤ m1 + 1, k - n1, k - n]], {k, nm}];
```

Sistem enačb za potencialne vozlov

Inicializacija matrike koeficientov potencialov vozlov:

```
Mat = Table[Which[kv == ks, 2 (hy / hx + hx / hy), (kA[[kv]] == ks) ∨ (kB[[kv]] == ks), -hy / hx,
  (kC[[kv]] == ks) ∨ (kD[[kv]] == ks), -hx / hy, True, 0], {kv, nm}, {ks, nm}];
```

Korigiranje koeficientov potencialov vozlov (pri izjemah, torej na robu mreže vozlov):

```
Do[Which[
  (pozic[[kv]] == "V1") ∨ (pozic[[kv]] == "V2"),
    {Mat[[kv, kv]] = hy / hx + hx / hy;
      Mat[[kv, kC[[kv]]]} = - (hx / 2) / hy,
  pozic[[kv]] == "V3",
    {Mat[[kv, kv]] = (3 / 2) (hy / hx + hx / hy);
      Mat[[kv, kA[[kv]]]} = - (hy / 2) / hx;
      Mat[[kv, kD[[kv]]]} = - (hx / 2) / hy,
  (pozic[[kv]] == "V4") ∨ (pozic[[kv]] == "V5"),
    {Mat[[kv, kv]] = hy / hx + hx / hy;
      Mat[[kv, kB[[kv]]]} = - (hy / 2) / hx,
  pozic[[kv]] == "V6",
    {Mat[[kv, kv]] = (1 / 2) (hy / hx + hx / hy);
      Mat[[kv, kA[[kv]]]} = - (hy / 2) / hx;
      Mat[[kv, kD[[kv]]]} = - (hx / 2) / hy,
  (pozic[[kv]] == "S2") ∨ (pozic[[kv]] == "S6"),
    {Mat[[kv, kv]] = (hy / hx + hx / hy);
      Mat[[kv, kC[[kv]]]} = - (hx / 2) / hy;
      Mat[[kv, kD[[kv]]]} = - (hx / 2) / hy,
  (pozic[[kv]] == "S3") ∨ (pozic[[kv]] == "S5"),
    {Mat[[kv, kv]] = (hy / hx + hx / hy);
      Mat[[kv, kA[[kv]]]} = - (hy / 2) / hx;
      Mat[[kv, kB[[kv]]]} = - (hy / 2) / hx
  ], {kv, nm}];
```

Vektor znanih vrednosti (desnih strani sistema enačb):

```
VekZn = Table[Which[(pozic[[k]] == "V1") ∨ (pozic[[k]] == "V2"),
  U (hx / 2) / hy, pozic[[k]] == "S1", U hx / hy, True, 0], {k, nm}];
```

Potenciali vozlov (rešitev sistema):

```
V = LinearSolve[Mat, VekZn];
```

■ Izračun upornosti

Tok skozi uporovno progo:

$$I_{\text{tok}} = \gamma d \frac{hx}{hy} \left((U - V[[1]]) / 2 + \sum_{k=2}^{n1-1} (U - V[[k]]) + (U - V[[n1]]) / 2 \right)$$

1.24103

Upornost vogala ($v \text{ m}\Omega$):

$$R = 10^3 U / I_{\text{tok}}$$

80.5783

Upornost ($v \text{ m}\Omega$), ce bi vogal "zravnali":

$$R0 = 10^3 \left(\frac{b1 + b2 / 2}{\gamma d a1} + \frac{a1 / 2 + a2}{\gamma d b2} \right)$$

88.4956

Relativna razlika obeh upornosti (v procentih):

$$\frac{R0 - R}{R} 100$$

9.8256

■ Risanje ekvipotencialk elektricnega potenciala

Matrika koordinat (v mm) ter potencialov vozlov:

```
MatXYV = Join[
  Table[i = vrst[[k]]; j = stol[[k]]; {10^3 (j - 1) hx, 10^3 i hy, V[[k]]}, {k, nm}],
  Table[{10^3 (k - 1) hx, 0, U}, {k, 1, n1}],
  Table[{10^3 (a1 + a2), 10^3 ((k - 1) hy + b1), 0}, {k, 1, m2}]
];
```

Število kontur:

```
StevKontur = 100;
```

Barve kontur:

```
RdeceBarveKontur = Table[ $\frac{i - 1}{\text{StevKontur} - 1}$ , {i, StevKontur}];
ModreBarveKontur = Table[ $1 - \frac{i - 1}{\text{StevKontur} - 1}$ , {i, StevKontur}];
BarveKontur =
  Table[{RGBColor[RdeceBarveKontur[[i]], 0, ModreBarveKontur[[i]]}], {i, StevKontur}];
```

Ekvipotencialke:

```
ekvip = ListContourPlot[MatXYV, ContourShading -> False,
  Contours -> StevKontur, ContourStyle -> BarveKontur, PlotRange ->
  10^3 {{-a1 / 10, (a1 + a2) + a1 / 10}, {-a1 / 10, (b1 + b2) + a1 / 10}}, AspectRatio ->  $\frac{m \text{ hy}}{n \text{ hx}}$ ];
```

Obod uporovne proge ter kontaktni elektrodi:

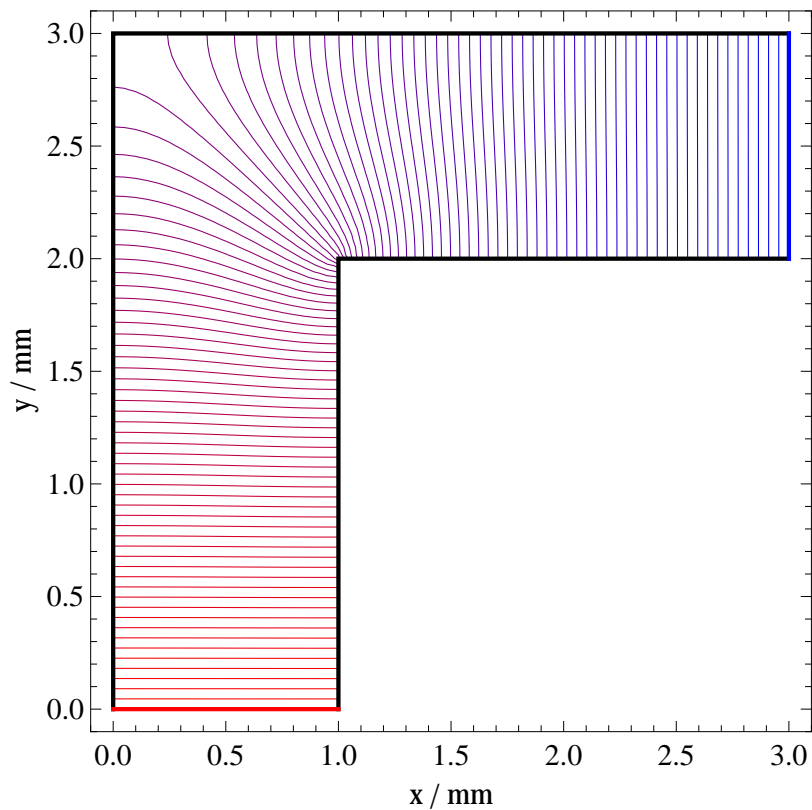
```
ObodProge1 =
  Graphics[{AbsoluteThickness[2], Line[10^3 {{0, 0}, {0, b1 + b2}, {a1 + a2, b1 + b2}}]};
ObodProge2 = Graphics[{AbsoluteThickness[2], Line[10^3 {{a1, 0}, {a1, b1}, {a1 + a2, b1}}]};
PozitElektroda = Graphics[{Red, AbsoluteThickness[2], Line[10^3 {{0, 0}, {a1, 0}}]};
NegatElektroda =
  Graphics[{Blue, AbsoluteThickness[2], Line[10^3 {{a1 + a2, b1}, {a1 + a2, b1 + b2}}]};
```

Da prekrijemo "zmazek" na območju, kjer ni proge:

```
belina = Graphics[{White, Rectangle[10^3 {a1, 0}, 10^3 {a1 + a2, b1}]}];
```

Slika ekvipotencialk:

```
Show[{ekvip, belina, ObodProgel, ObodProge2, PozitElektroda, NegatElektroda},
Frame → True, Times14, FrameLabel → {"x / mm", "y / mm", "", ""}, ImageSize → 400]
```



Razmislite, kako bi narisali gostotnice oziroma pretocne cevke tokovne gostote.

■ Shranjevanje resitve

Preverimo, v kateri direktorij bo shranjena resitev (z ukazom `SetDirectory` ga lahko spremenimo):

```
Directory []
```

Shranimo celoten izracun:

```
DumpSave ["UpornostVogala.mx", "Global`"];
```

Ko izracuni trajajo daljsi cas, nam pride zelo prav, da resitev shranimo in jo lahko pozneje preberemo in uporabimo, ne da bi ponovno zaganjali izracune. Preberemo jo takole:

```
<< UpornostVogala.mx
```